Liliana Țenescu

Ilie Bănică

Sofia Stroe

Mecanică aplicată

Liceul tehnologic
Profil Tehnic

manual pentru clasa a X-a

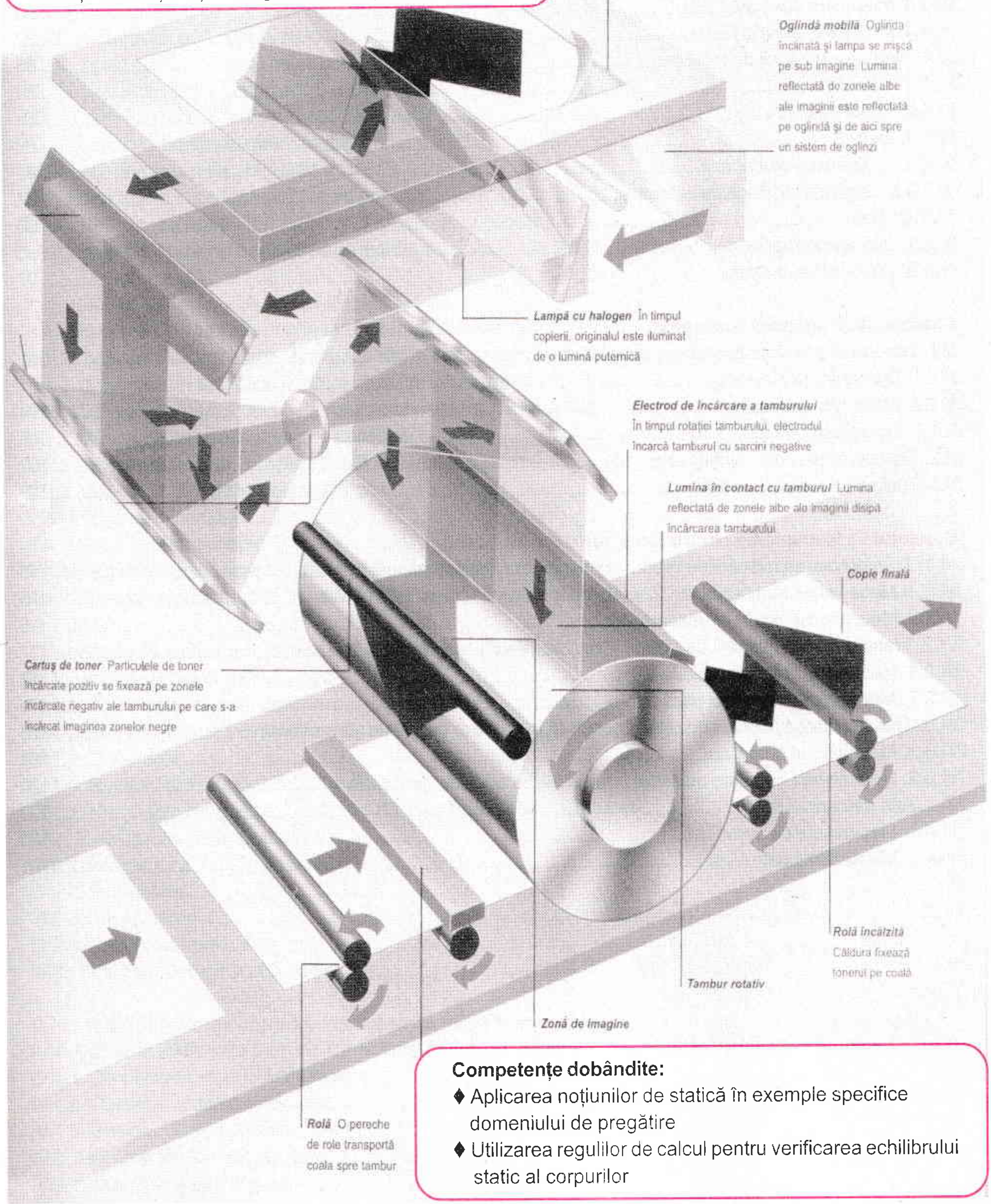
SIGMA

Cuprins

CAPITOLUL 1

Conținuturi:

- Vectori și compunerea lor grafică prin metodele poligonului și paralelogramului
- Forțe și momente
- Echilibrul static al forțelor
- Forțe active și forțe de legătură / reacțiuni



Competențe dobândite:

- Aplicarea noțiunilor de statică în exemple specifice domeniului de pregătire
- Utilizarea regulilor de calcul pentru verificarea echilibrului static al corpurilor

I.1 Vectori și compunerea lor grafică prin metodele paralelogramului și poligonului

I.1.1 Noțiuni de bază despre vectori

Mărimile fizice, deci și cele mecanice pot fi de două feluri:

Mărimi scalare: sunt acele mărimi determinate numai de valoarea lor numerică urmată de unitatea de măsură.

Exemple:

- *aria unui dreptunghi cu dimensiunile de 6* cm x *5* cm = *30* cm^2
- *volumul unui cub cu latura de 2* m = 2^3 m^3 = *8* m^3
- *temperatura de referință în aer = 20* ^0C
- *timpul – durata orei la școală este de 50* min *și pauza de 10* min *etc.*

Mărimi vectoriale: sunt mărimile determinate atât prin valoarea lor numerică (modulul) cât și prin direcție (dreapta suport Δ) sens indicat prin săgeată (la dreapta, la stânga, în sus, în jos, oblic etc.) și punct de aplicație (sau originea vectorului).

Exemple:

- *viteza de deplasare, pe jos, a unui excursionist* = *6* km/h *(fig.I.1a).*
- *viteza unui punct M de la periferia unei roți* = *10* m/s *(fig.I.1b).*
- *accelerația normală* a_n, *a punctului* = *0,5* m/s^2 *(fig.I.1b).*
- *forța de tracțiune concentrată în axa roții unui automobil* = *1000* daN *(fig.I.1c).*

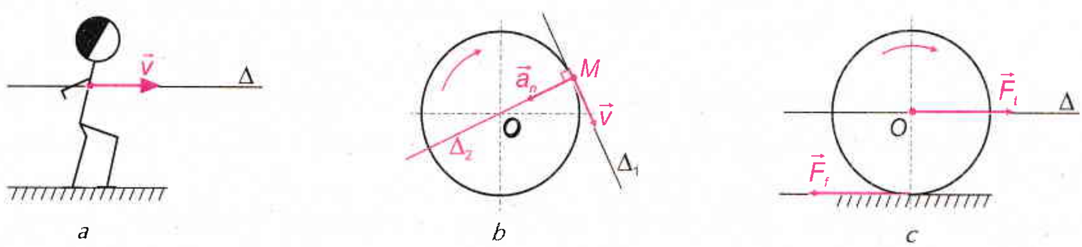


fig.I.1

Din exemplele de mai sus se vede că în afara valorii numerice a mărimii respective, urmată de unitatea de măsură, mai apare direcția Δ pe care acționează, sensul pe această direcție indicat de săgeată și punctul de aplicație.

I.1.2 Compunerea grafică a vectorilor prin metoda paralelogramului și cea a poligonului

Notații folosite pentru vectori:

Un vector se notează în general în două moduri:

1. Prin două litere mari care marchează în desen extremitățile vectorului (prima literă în ordine alfabetică indicând originea sau punctul de aplicație, iar a doua capătul cu vârful săgeții), exemplu vectorii: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{GH}$, etc. (fig.I.2a).

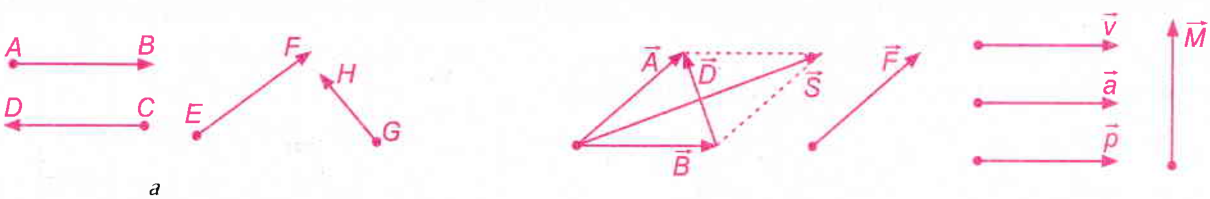


fig.I.2

2. În literatura de specialitate se utilizează și notația $\overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EF}, \overline{GH}$ etc. unde deasupra literelor se pune o bară, semnificația fiind tot de vector. Notația fără bară (*AB*, *CD*, *EF*, *GH*) se referă la modulul (valoarea numerică) a mărimii vectoriale respective.

2. Printr-o singură literă mare sau mică cu semnul vector deasupra (bară sau săgeată); vectorii $\vec{A}, \vec{B}$, vectorul $\vec{S}$ (care poate însemna sumă), $\vec{D}$ (care poate însemna diferență), $\vec{F}$ (forță), $\vec{v}$ (viteză), $\vec{a}$ (accelerație), $\vec{p}$ (impuls), $\vec{M}$ (moment) etc. (fig.I.2b). Această modalitate de notare a vectorilor este simplă și foarte utilizată.

Valoarea sau modulul se notează astfel:

$|\vec{F}|$ = F (pentru forță); $|\vec{v}|$ = v (pentru viteză); $|\vec{a}|$ = a (pentru accelerație) etc.

S-a constatat pe baza experienței și a raționamentului că există vectori a căror origine poate fi mutată în orice punct al dreptei suport (Δ) sau al unei drepte paralele cu aceasta fără a schimba efectul asupra corpului unde acționează. Un astfel de vector se numește ***vector alunecător***.

Prin exemplul din fig.I.3 se arată că dacă o forță $\vec{F}$ acționează asupra corpului C prin împingere în punctul A, prin tracțiune în punctul B, sau prin tracțiune în punctul D (de cablul BD) efectul de deplasare (viteză, accelerație) va rămâne neschimbat.

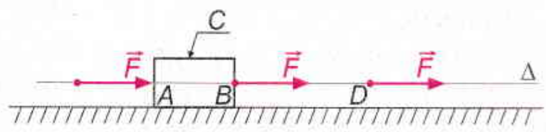
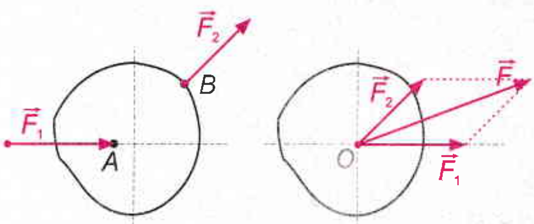


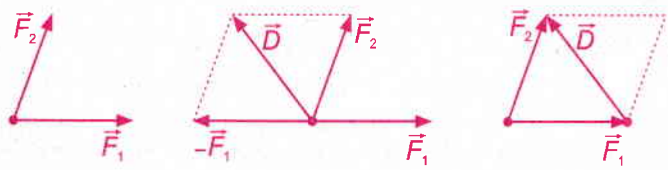
fig.I.3

Adunarea și scăderea vectorilor prin metoda paralelogramului



a *b*

fig.I.4



a *b* *c*

fig.I.5

În fig.I.4a. se arată un corp asupra căruia acționează forțele $\vec{F_1}$ în punctul A și $\vec{F_2}$ în punctul B. În fig.I.4b vectorul $\vec{F_1}$ a alunecat pe direcția x până în punctul O, iar vectorul $\vec{F_2}$ a fost translatat paralel cu el însuși fiind poziționat cu originea tot în punctul O.

Adunarea vectorilor poate fi exprimată printr-un calcul vectorial unde vectorul rezultant $\vec{F}$ sau vectorul sumă poate fi precizat prin relația:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 . \quad \textbf{(1)}$$

unde trebuie înțeles că $\vec{F}$ este diagonala mare a paralelogramului de laturi $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ (fig.I.4b).

Scăderea vectorilor $\vec{F}_2 - \vec{F}_1$ (fig. I.5a) poate fi și ea exprimată printr-un calcul vectorial unde vectorul diferență ($\vec{D}$) este dat de relația:

$$\vec{D} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1 . \quad \textbf{(2)}$$

Conform figurii (fig.I.5b) se poate observa că diferența este de fapt o sumă $\vec{F}_2 + (-\vec{F}_1)$, unde $-\vec{F}_1$ este vectorul egal și de sens contrar cu $\vec{F}_1$. Rezultă diagonala mică a paralelogramului de laturi $\vec{F_1}$ și $\vec{F_2}$. În fig.I.5.c s-a efectuat aceeași scădere: $\vec{D} = \vec{F_2} - \vec{F_1}$ dar s-a păstrat configurația vectorilor din fig. I.5.a și se vede că vectorul diferență $\vec{D}$ este tot diagonala mică în paralelogramul de laturi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ dar originea vectorului $\vec{D}$ este în vârful vectorului scăzător și vârful săgeții în vârful vectorului descăzut.

Adunarea și scăderea vectorilor prin metoda triunghiului

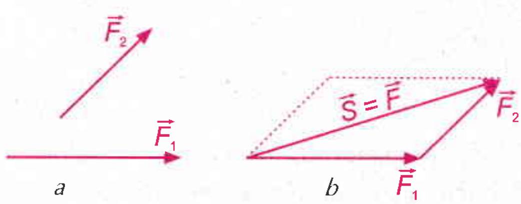


fig.I.6

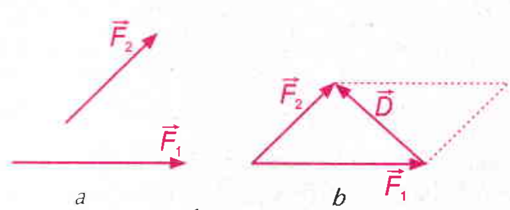


fig.I.7

Pentru adunarea vectorilor prin metoda triunghiului priviți forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ din fig.I.6a și observați în fig.I.6b că $\vec{F}_2$ a fost translat (deplasat paralel cu el însuși) până când originea sa este poziționată în vârful lui $\vec{F}_1$. Unind originea lui $\vec{F}_1$ cu vârful lui $\vec{F}_2$ s-a obținut vectorul rezultant $\vec{F}$. Rezultă astfel un triunghi de laturi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}$ de unde și denumirea de metoda triunghiului. Cu linie punctată s-a întregit și figura paralelogramului de unde se poate trage concluzia că metoda triunghiului este un caz particular al metodei paralelogramului.

Pentru scăderea vectorilor $\vec{F}_1 - \vec{F}_2$ prin metoda triunghiului, priviți figurile I.7a și I.7b. În fig. I.7b observați că $\vec{F}_2$ a fost translat cu originea sa în originea lui $\vec{F}_1$. Unind apoi vârfurile lui $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ s-a obținut vectorul diferență $\vec{D}$ cu originea în vârful lui $\vec{F}_1$ (scăzător) și cu vârful săgeții în vârful lui $\vec{F}_2$. Și în acest caz am refăcut cu linie punctată regula paralelogramului.

Relațiile (1) și (2) exprimă de fapt regula paralelogramului sau regula triunghiului pentru calculul vectorial, de unde nu rezultă și valoarea vectorului rezultant la sumă sau scădere.

Această problemă, a aflării valorii modulului vectorului rezultant la sumă sau scădere, se poate rezolva prin metodele geometrică (grafică) și prin cea analitică.

Metoda geometrică (grafică)

În acest caz, vectorii se reprezintă la o scară aleasă K_v. În conformitate cu definiția scării rezultă

$$K_v = \frac{|v| \text{ în desen (exprimat în mm)}}{|v| \text{ în realitate (exprimat în unitățile de măsură ale vectorului)}} \quad (3)$$

Vom ilustra metoda grafică (vectorială) prin următorul exemplu:

APLICAȚIE REZOLVATĂ

Se cunosc forțele $\vec{F}_1 = 60\text{N}$ $\vec{F}_2 = 40\text{N}$ și unghiul $(\sphericalangle \vec{F}_1\vec{F}_2) = 60°$.

Să se afle valoarea forței rezultante $\vec{F}$.

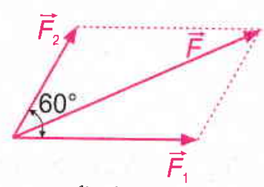


fig.I.8

Rezolvare:

Se aplică regula paralelogramului sau regula triunghiului, $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ desenând vectorii $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ la scară astfel:

Se adoptă o scară a forțelor $K_F = \frac{F_{desen}}{F_{realitate}}$.

$K_F = \frac{1}{2}\frac{\text{mm}}{N}$ adică la 1mm pe desen corespund 2 N. Pentru a trasa forța $\vec{F}_1$ rezultă $K_F = \frac{1}{2} = \frac{F_{1\ desen}}{60}$;

$F_{1\ desen} = 60 \cdot \frac{1}{2}\text{N}\frac{\text{mm}}{\text{N}} = 30\text{mm}$.

Se desenează (trasează) F_1 = 30 mm.

Pentru a trasa forța F_2, rezultă $K_F = \frac{1}{2} = \frac{F_{2\ desen}}{40}$; $\qquad F_{2\ desen} = 40\frac{1}{2}\frac{\text{N}\cdot\text{mm}}{N} = 20\text{ mm}$.

Se desenează $\vec{F}_2 = 20$ mm având-se grijă ca unghiul dintre $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ să fie 60°.

Se trasează riguros paralelogramul sau triunghiul specific sumei vectoriale și se trasează apoi diagonala mare, corespunzătoare rezultantei $\vec{F}$. Se măsoară apoi cu rigla gradată lungimea lui $\vec{F}$ și se găsește valoarea aproximativă 43,5 mm.

Tot cu ajutorul scării forțelor se stabilește modulul (valoarea) lui $|\vec{F}|$ astfel: $K_F = \frac{1}{2} = \frac{43{,}5}{|\vec{F}|}$ rezultă

$$|\vec{F}| = F = \frac{43{,}5}{\frac{1}{2}}\left(\frac{\text{mm}}{\frac{\text{mm}}{\text{N}}}\right) = 43{,}5 \cdot 2 = 87\text{N}.$$

În mod asemănător se află prin metoda grafică valoarea sumei vectoriale (modulul) pentru vectorii viteză, accelerație etc.

Metoda analitică

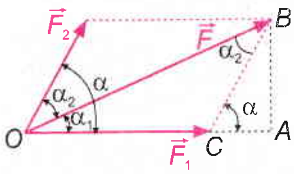


fig.I.9

Pentru a afla modulul vectorului sumă $|\vec{F}|$ vom considera triunghiurile dreptunghice OAB și BCA din fig.I.9. Aplicând teorema lui Pitagora rezultă :

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 = (OC + CA)^2 + AB^2 = OC^2 + 2OC \cdot CA + CA^2 + AB^2$$

dar $CA^2 + AB^2 = BC^2$ și $OB^2 = OC^2 + 2OC \cdot BC \cdot \cos\alpha + BC^2$.

Înlocuind segmentele cu module de vectori, (în acest caz, forțe) rezultă:

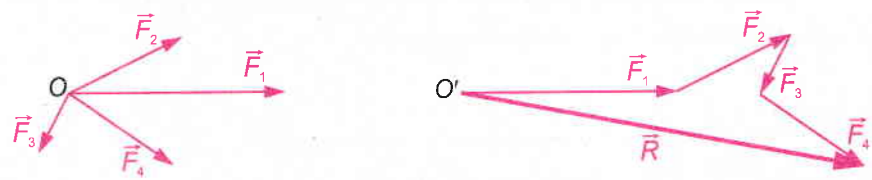
$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha \quad \textbf{(4)}$$

Dacă conform fig.I.9 se dă F_1= 60 N, F_2= 40 N, α= 60⁰, și se cere rezultanta F, aplicând relația (4) rezultă: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} = \sqrt{60^2 + 40^2 + 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2}} \approx 87{,}17\text{N}$ cu aproximare prin lipsă.

Reține Aplicând metoda geometrică (grafică) și metoda analitică se obțin rezultate apropiate. În proiectarea sistemelor tehnice se folosesc ambele metode, cu mențiunea că metoda analitică este mai precisă, iar metoda geometrică (grafică) este mai simplă.

Compunerea grafică a vectorilor prin metoda poligonului

Această metodă se aplică de regulă când trebuie determinată rezultanta unui sistem format din cel puțin 3 vectori. Se va vedea că este de fapt o extensie a metodei triunghiului care este poligonul cu număr minim de laturi.



a *b*

fig.I.10

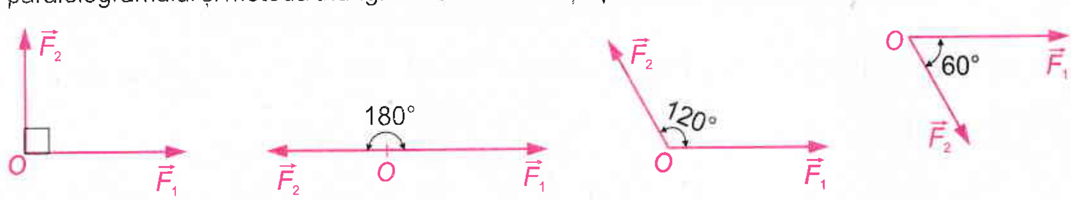
APLICAȚIE REZOLVATĂ

În fig.I.10a - se dă un sistem de forțe $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$, care au toate punctul de aplicație în O. Rezultanta lor se determină prin metoda poligonului, ca în (fig.I.10b) unde s-a făcut o translație a vectorului $\vec{F}_1$ în punctul O' apoi fiecare vector a fost trasat în continuare, $\vec{F}_2$ fiind dus paralel cu el însuși în vârful lui $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ trasat paralel cu sine în vârful lui $\vec{F}_2$ și în final $\vec{F}_4$ trasat paralel în vârful lui $\vec{F}_3$ Unindu-se originea O' cu vârful lui $\vec{F}_4$ s-a obținut rezultanta $\vec{R}$. Dacă construcția se execută la scară, se poate determina modulul lui $\vec{R}$, $(|\vec{R}|)$.

Reține Dacă vârful ultimului vector (forță) se închide în originea O' rezultanta va fi egală cu zero și se spune că sistemul de forțe este în echilibru static.

CONSOLIDARE – APLICAȚII

1. Pentru sistemele de forțe din fig.I.11a,b,c,d determinați grafic rezultantele, dacă F_1= 8 kN, F_2= 6 kN, folosind metoda paralelogramului și metoda triunghiului. Determinați apoi rezultantele folosind metoda analitică.



a *b* *c* *d*

fig.I.11

Răspunsurile la folosirea metodei analitice:
a) 10 kN; b) 2 kN; c) 7,211 kN = 7 211 N; d) 12,165 kN = 12 165 N.

Observație: *La metoda grafică se recomandă folosirea scării forțelor:* $K_F = \dfrac{5\ \text{mm}}{1\ \text{kN}}$.

2. Pentru sistemele de forțe din fig.I.12a,b,c,d,e,f se cere să se determine rezultanta prin metoda poligonului, și să se măsoare unghiul pe care îl face rezultanta cu direcția orizontală.

Încercați să rezolvați problema și prin metoda paralelogramului pentru primele 2 forțe, apoi continuați paralelogramul cu această rezultantă și forța următoare, și așa mai departe. Ce observați ?

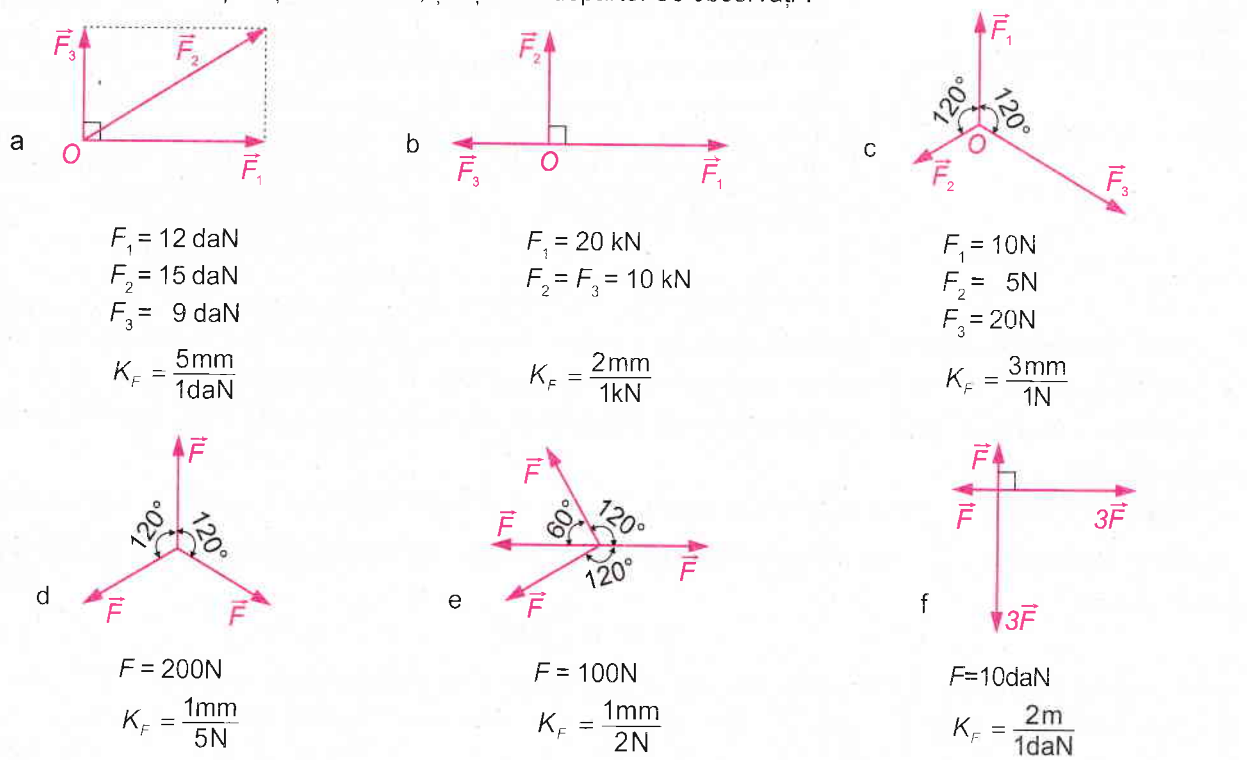


fig.I.12

Răspunsuri: a) 30 daN; $\alpha \approx 37°$ b) 45 kN; $\alpha = 64°$ c) ≈ 13,6 N; $\alpha \approx 11°$ d) 0 N; $\alpha = 0°$ e) 100 N $\alpha = 10°$ f) ≈ 28,28 daN = 282,8 N $\alpha = 45°$

I.2. Forțe și momente

I.2.1. Noțiuni de bază despre forțe

Forța este o mărime fizică derivată, care se definește ca acțiune a unui corp asupra altui corp, fie prin contact direct fie de la distanță, prin intermediul câmpurilor.

Exemple:

Dintre forțele care acționează prin contact direct menționăm:

- forța omului sau animalelor ce se manifestă prin tracțiune, împingere, lovire, răsucire etc.
- forța vântului, ce acționează asupra paletelor unui rotar care antrenează la rândul său un generator electric (generator eolian)
- forța gazelor sub presiune ce acționează în capul unui piston de la motoarele termice (când s-a produs aprinderea datorită declanșării unei scântei la bujie, sau s-a injectat motorină fin pulverizată și amestecul carburant s-a aprins)
- forța vaporilor de apă la temperaturi și presiuni ridicate care lovesc paletele unei turbine
- forța imprimată de un tac asupra bilei de la masa de biliard.

Dintre forțele ce acționează de la distanță prin intermediul câmpurilor precizăm:
- forța gravitațională,
- forța de atracție sau respingere a magneților,
- forțele de atracție sau de respingere între sarcinile electrice (corpurile electrizate).

În studiul statisticii se mai pot face următoarele clasificări:

După poziția forțelor față de corp sau față de sistemul de corpuri

- Forțe exterioare care se manifestă prin acțiunea unui corp asupra altui corp (sunt aplicate de la exterior)
  - Forțe active care tind să pună în mişcare sau să țină în mişcare corpul
  - Forțe pasive (rezistente) Se opun mişcării sau tendinței de mişcare a corpului.
    - forțe de frecare
    - forțe de legătură
- Forțe interioare care iau naştere în interiorul unui corp ca efect al acțiunii forțelor exterioare (tensiuni sau eforturi)

Forța fiind o mărime vectorială, se caracterizează prin toate elementele specifice vectorului: modul, direcție și sens.

Simbolul forței este de regulă litera F pentru valoare (modul) sau litera $\vec{F}$ pentru vector.

În literatura de specialitate se mai folosesc și alte simboluri pentru forțe cum ar fi $\vec{G}, \vec{P}, \vec{T}, \vec{Q}$ etc., în funcție de denumirea forței.

Unitatea de măsură a forței se stabilește pe baza relației de definiție a forței așa cum rezultă din legea a doua a mecanicii (dinamicii): $a = \frac{F}{m}$, în care a este accelerația căpătată de un corp de masă m, când asupra sa acționează forța F, rezultă

$$F = m \cdot a \qquad \textbf{(5)}$$

$$\langle F \rangle_{SI} = \langle m \rangle_{SI} \langle a \rangle_{SI} = \mathrm{Kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{Kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} = \mathrm{N} \ (Newton)$$

I.2.2. Tipuri de forțe. Relații de calcul

Greutatea corpurilor

Greutatea corpurilor G, este o forță. Conform definiției dată de Isaac Newton, greutatea este forța de atracție exercitată de pământ asupra corpurilor.

Dacă $F = ma$ și greutatea este o forță, iar accelerația câmpului gravitațional la suprafața pământului la latitudinea de 45° și la nivelul mării este g =9,80665 m/s² rezultă și relația de definiție a greutății

$$G = m \cdot g. \qquad \textbf{(6)}$$

Relația (6) pune în evidență faptul că greutatea și masa sunt noțiuni distincte, care nu trebuie confundate. Iată câteva considerente pe care trebuie să le aveți în vedere pentru a deosebi masa de greutate, în afară de relația (2) care exprimă legăturile valorice între mărimile G, m și g.

- Masa (M) este o mărime fundamentală a mecanicii care nu poate fi definită cu ajutorul altor mărimi.
- Forța este o mărime derivată exprimată cu ajutorul altor mărimi fundamentale (conform ecuației de dimensiuni), plecând de la relația de definiție. $F = ma$;

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$; unde Δv este variația vitezei și Δt este variația timpului

$\Delta v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$; unde Δx este variția lungimii (drumul parcurs)

rezultă $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t^2}$ și $F = \frac{m\Delta x}{\Delta t^2}$. **(7)**

Relația (7) este relația de definire a forței F în funcție de mărimile fundamentale, masă (M), lungime (Δx) și timp (Δt).

Rezultă ecuația de dimensiuni a forței, de unde se vede că forța este mărime derivată, ce poate fi scrisă printr-o funcție de mărimile fundamentale.

$$[F]=\frac{ML}{T^2}=MLT^{-2}. \quad \textbf{(8)}$$

- Aparatul care măsoară forța se numește dinamometru, fiind construit pe diferite principii, cel mai utilizat, (inclusiv la etaloanele de verificare) fiind dinamometrul cu element elastic (fig. I.13).

Din fizică se știe că forța deformatoare (F) a unui resort care poate fi și greutatea (G) a unor măsuri de masă, are relația de calcul

$$G=F=kx \quad \textbf{(9)}$$

unde k este constanta elastică și x este deformația (alungirea resortului).

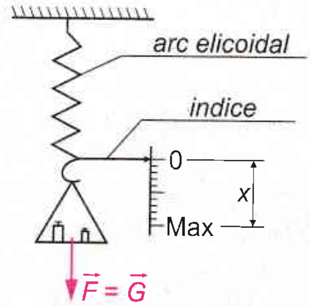


fig.I.13

- Aparatul care măsoară masa este balanța (sau aparatul de cântărit) unde varianta constructivă de balanță cu brațe egale (fig. I.14) este folosită ca etalon pentru verificarea măsurilor de masă, care, în mod eronat, se numesc „greutăți" datorită unei tradiții în folosirea cuvântului, motiv pentru care s-au pus ghilimelele de rigoare

- Una din definițiile mai vechi ale masei care are un caracter mai ușor de înțeles, precizează că masa reprezintă cantitatea de materie dintr-un corp.

- Ulterior, pe baza legii a II-a a mecanicii $F=m\cdot a$, masa se poate defini ca fiind raportul dintre o forță care acționează asupra corpului și accelerația care i-o imprimă

$$m=\frac{F}{a} \quad \textbf{(10)}$$

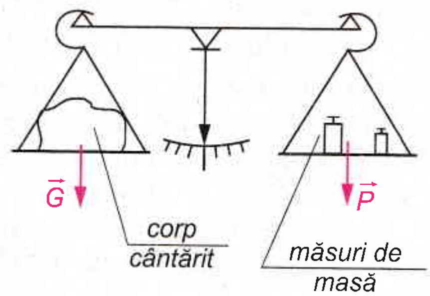


fig.I.14

Cum forță este și greutatea, putem compara masele prin compararea greutăților

$$m=\frac{F}{a}=\frac{G}{g} \quad \textbf{(11)}$$

Relația (11) stă la baza construcției balanțelor cu brațe egale unde greutatea produsului ce trebuie cântărit G este egală cu greutatea P a măsurilor de masă, când acul indicator (indicele) se poziționează la echilibru, în dreptul reperului zero.

$$G=P\Rightarrow m_{corp}\cdot g=m_{măsurii\ masă}\cdot g\Rightarrow m_{corp}=m_{măsurii} \quad \textbf{(12)}$$

Pe baza relației (12), există certitudinea că dacă măsura de masă are 1 kg, și masa produsului ce trebuie cântărit va avea valoarea tot de 1 kg.

Pentru a încheia considerațiile legate de deosebirile între greutate și masă, menționăm că greutatea, fiind o forță, are în S.I. unitatea de măsură N, iar masa are unitatea de măsură kg. Atât N cât și kg au multiplii și submultiplii ce se formează cu prefixele cunoscute din clasele elementare.

Forța de frecare

Așa cum a rezultat din clasificarea de mai sus, ***forța de frecare*** este o forță exterioară, rezistentă, care se opune mișcării corpurilor sau tendinței de mișcare.

Din fizică se cunoaște relația de calcul a forței de frecare în funcție de coeficientul de frecare μ, și de forța de reacțiune normală N.

$$F_f=\mu N \quad \textbf{(13)}$$

În fig.I.15a. s-a pus în evidența forța de frecare F_f la nivelul planelor de separație dintre copul C și planul P forța de frecare F_f este în sens invers forței de tracțiune F_t care poate produce mișcarea sau tendința de mișcare.

Forța normală în acest caz este $N=G$

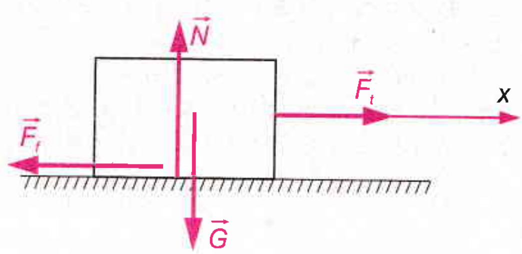


fig.I.15 a

În fig.I.15b. se arată cazul forței de frecare dintre un corp și planul înclinat de unghi α. În acest caz componentele greutății G, au expresiile:

$$G_t = G\sin\alpha = mg\sin\alpha;$$
$$G_n = G\cos\alpha = mg\cos\alpha \quad \textbf{(14)}$$

și formula de calcul a forței de frecare devine

$$F_f = \mu N = \mu G\cos\alpha = \mu mg\cos\alpha \quad \textbf{(15)}$$

Planul înclinat cunoscut încă din antichitate, este utilizat și în zilele noastre, fiind încorporat în sistemele tehnice sau folosit ca atare la încărcarea și descărcarea containerelor construcția șoselelor și căilor ferate etc.

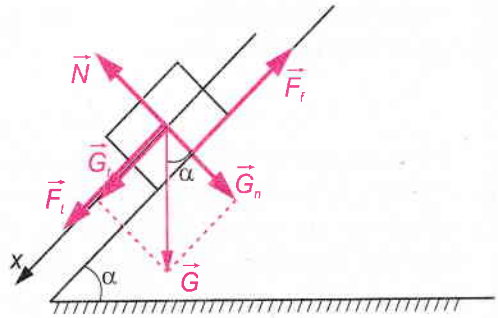


fig.I.15 b

APLICAȚII REZOLVATE

1. Comparând forțele $\vec{F}_f$ și $\vec{F}_t$ din fig.I.15a. să se calculeze valoarea $\vec{F}_t$ în condiția ca cei doi vectori să fie opuși și egali. Se cunosc: μ = 0,3; m = 100 Kg; g = 9,8 m/s². Să se exprime rezultatul în N, daN, kN.

$F_t = F_f = \mu N = \mu G = \mu mg = 0{,}3 \cdot 100 \cdot 9{,}8 = 294\text{N} = 29{,}4\,\text{daN} = 0{,}294\text{ kN}$.

2. Să se calculeze greutatea unui corp la ecuator cunoscând masa sa de 100 kg și accelerația gravitațională de 9,78 m/s², $G = mg$ = 100 · 9,78 = 978 Ns

Comentați ce mărimi se modifică dacă trebuie calculată greutatea aceluiași corp la paralele 45° unde $g \cong 9{,}8\,\text{m/s}^2$

$G = mg$ = 100 · 9,8 = 980 N

Se observă că între cele două latitudini terestre se modifică valoarea forței și nu se modifică masa deoarece este o mărime fundamentală invariantă față de latitudinea terestră.

CONSOLIDARE – APLICAȚII

1. În cârligul unui dinamometru cu element elastic ca cel din fig.I.13. se atașează o măsură de masă de10 kg.

a) Precizați ce mărime fizică se măsoară și care este valoarea ei (g = 9,8 m/s²)

b) Câți mm se va deplasa indicele dacă constanta elastică a arcului elicoidal k este $9800\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$?

Răspuns: a) greutatea; G = 98 N b) 10 mm

2. Să se calculeze masa maximă a unui container ce poate fi ridicat cu o macara pe care scrie „sarcină maximă = 10 kN"; Răspuns: 1000 kg

3. a) Scrieți condiția ca un corp C, aflat pe un plan înclinat (fig.I.15b) să rămână în repaus pe plan, fără a aluneca.

b) Dacă μ = 0,3; m = 100 kg; α = 30°, să se determine forța de frecare, și să se stabilească dacă corpul rămâne pe planul înclinat ($g \approx 10\text{ m/s}^2$)

c) Ce măsuri se adoptă pentru a opri corpul de pe planul înclinat când alunecă spre baza planului?

Răspuns: a) $g \approx 10\text{ m/s}^2$; b) $F_f = 259{,}9\text{N}$; c) se micșorează α, sau/și se mărește coeficientul de frecare.

I.2.3. Momentul forței și momentul cuplului

Definirea momentului forței în raport cu un punct

Momentul forței este o mărime fizică derivată, care din punct de vedere fizic are semnificația rotației sau tendinței de rotație și este egal cu produsul dintre forță și lungimea perpendicularei dusă din acel punct pe direcția forței.

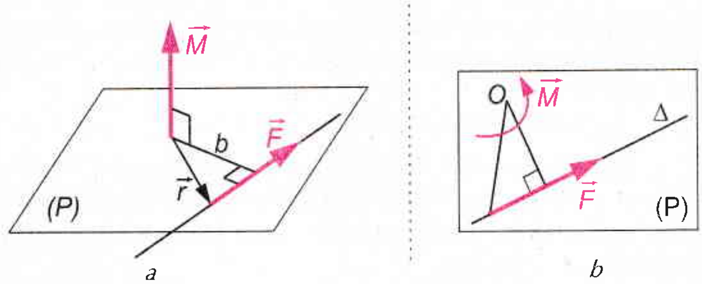


fig.I.16

Momentul unei forțe în raport cu un punct este o mărime fizică vectorială. Relația de calcul scrisă vectorial este:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \textbf{(16)}$$

Modulul momentului în raport cu un punct este:

$$|\vec{M}| = M = rF\sin\alpha = Fr\sin\alpha = Fb \quad \textbf{(17)}$$

Simbolul momentului este M, iar perpendiculara dusă din punctul O pe direcția Δ a forței, notată cu b poartă denumirea consacrată de ***brațul forței***.

Ecuația unității de măsură a momentului forței în raport cu un punct este:

$$\langle M \rangle_{SI} = \langle F \rangle_{SI} \cdot \langle b \rangle = Nm \quad \textbf{(18)}$$

În fig.I.16a, este redată reprezentarea spațială a momentului forței care este un vector perpendicular pe planul (P) format de vectorul de poziție $\vec{r}$ și direcția Δ a forței $\vec{F}$, iar în fig.I.16b este reprezentat planul (P) în planul filei de carte (planul hârtiei) de unde se observă efectul de rotație sau tendința de rotație a planului (P) în sensul invers al acelor de ceasornic.

Concluzie practică: Momentul este mărimea fizică responsabilă pentru mișcarea de rotație sau tendința mișcării de rotație.

Cuplul de forțe și momentul cuplului

Prin ***cuplu de forțe*** se înțelege un sistem de două forțe egale în modul, de sens contrar, și care sunt poziționate pe direcții (Δ_1 și Δ_2) paralele.

Se poate demonstra că momentul cuplului de forțe are o relație de calcul asemănătoare cu momentul forței față de un punct, unde semnificația lui *b* este conform fig.I.17a și se numește brațul cuplului.

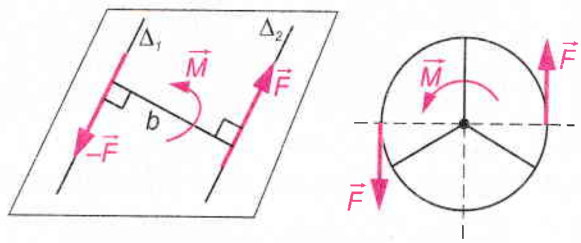


fig.I.17

$$M_{cuplu} = F \cdot b \quad \textbf{(19)}$$

Din examinarea relației (19) rezultă că momentul cuplului este influențat de forța F și brațul cuplului b, fiind o relație de directă proporționalitate între M_{cuplu}, F și b.

În fig.I.17b, este reprezentat schematic un volan sau o roată de manevră a unui robinet și se vede că acționând cu un cuplu de forțe se produce un efect de rotație, deci un moment al cuplului.

S-a mai convenit ca la momentul cuplului și la momentul forței în raport cu un punct, sensul de rotație să fie precedat și de un semn algebric ±.

Reține De regulă semnul + (plus) este cel de rotire în sensul acelor de ceasornic, iar semul - (minus) este cel invers (trigonometric). Se va vedea la ecuațiile de echilibru, că dacă se inversează aceste semne rezultatul calcului nu se schimbă.

APLICAȚII REZOLVATE

Asupra plăcii în forma de triunghi dreptunghic (fig.I.18), poziționată în plan orizontal, cu catetele de 20 și 40 cm acționează forțele F_1= 10 daN și F_2 = 5 daN.

1. Să se calculeze momentul fiecărei forțe, față de punctul O situat la jumătatea ipotenuzei și să se tragă o concluzie dacă placa rămâne în repaus sau se rotește și, dacă da, în ce sens ?

Valorile momentelor vor fi exprimate în daN · cm și în Nm.

2. Ce valoare trebuie adăugată forței F_2 pentru ca cele două momente să fie egale și de sens contrar?

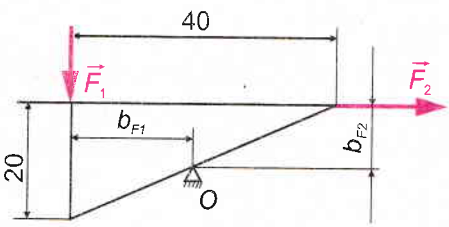


fig.I.18

Răspuns la cerințele 1 și 2:

$M_1 = F_1 \cdot b_{F1} = -10 \cdot 20 = -200$ daN·cm = –20 Nm.